

Una curva di pieghe

Attività 1: Identikit della curva

a. Preso un foglio di carta rettangolare traccia un punto P e considera uno dei margini lunghi del foglio (retta r).

Piega il foglio, come indicato in figura 1, in modo che un punto P' del margine r vada a sovrapporsi al punto P .

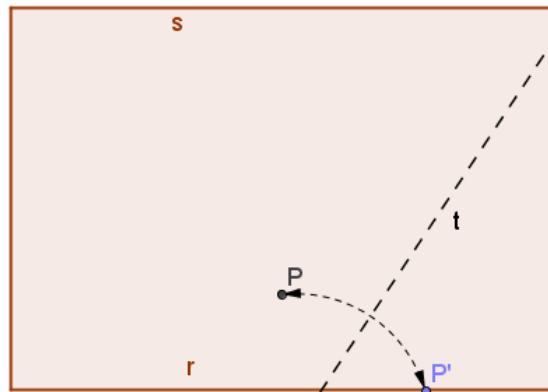


Figura 1.

Ripeti l'operazione una ventina di volte scegliendo altri punti del margine r .

Tieni presente che è più facile sovrapporre il punto P' del margine del foglio al punto P piuttosto che il viceversa.

Si ottengono così pieghe (indicate con t nella figura 1) che nel loro insieme sembrano delineare una curva.

b. Per ottenere un'altra curva ripeti l'operazione, sempre una ventina di volte, sovrapponendo al punto P punti P' del margine s opposto al margine r del foglio.

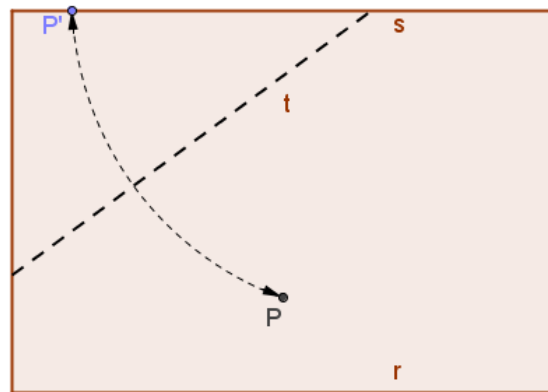
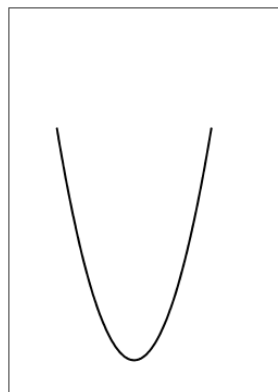


Figura 2.

- Cosa noti confrontando le due curve ottenute? Cosa hanno in comune, in cosa differiscono?*
- Che ruolo hanno, nel generare la curva, le posizioni reciproche di punto P e margini del foglio?*
- Se la curva fosse una conica, di quale conica potrebbe trattarsi?*
- Che relazione c'è tra il segmento PP' e la piega che si forma sovrapponendo P a P' ?*
- Scelto un punto P' sul margine del foglio prova a piegare il foglio in modo che il margine r si sovrapponga a se stesso creando un piega p perpendicolare ad r e passante per P' (figura 2.). Traccia poi la piega t che si ottiene sovrapponendo P' a P per ottenere il punto Q intersezione delle due pieghe p e t .
Di che proprietà gode il punto Q ? L'involuppo delle pieghe quale curva delinea?
- Prova a realizzare con GeoGebra una costruzione della curva così ottenuta.

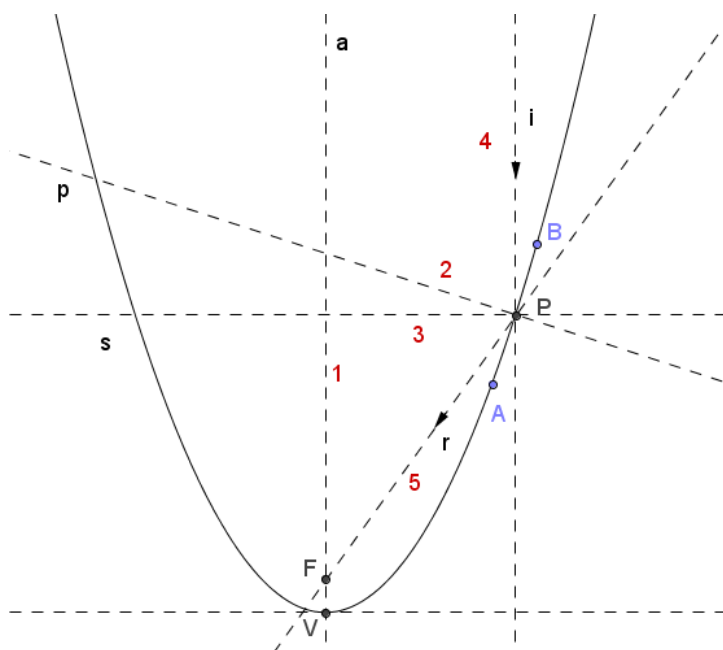
Attività 2: Alla ricerca del fuoco della parabola in cinque mosse

Data una parabola, di cui è nota la sola rappresentazione grafica, individua vertice, fuoco e direttrice mediante una costruzione geometrica origami.



A.

- I. Traccia su un ramo della parabola, con un pennarello, due punti A e B il più possibile distanti dalla posizione del vertice e distanti tra loro 2-3 cm. Piega poi la carta in modo da sovrapporre i due punti A e B, e il ramo cui appartengono, all'altro ramo della parabola. La piega ottenuta (retta a) di quali proprietà gode? Sai individuare il vertice della parabola?
- II. Sovrapponi i punti A a B realizzando la piega p (asse del segmento AB) che interseca la parabola nel punto P.
- III. Sovrapponi la piega a, asse della parabola, a se stessa in modo da lasciare fisso il punto P. Si ottiene così una piega s perpendicolare all'asse della parabola.
- IV. Sovrapponi la piega s a se stessa lasciando fisso il punto P. Si ottiene così una piega i, parallela all'asse della parabola. La piega i rappresenta un raggio incidente nel punto P di uno specchio parabolico, raggio che viene quindi riflesso nel fuoco, essendo la sua direzione parallela all'asse.
- V. Per ottenere il raggio riflesso ripiega il foglio lungo la piega p (perpendicolare alla parabola in P) e piega nuovamente il foglio lungo la piega i (raggio incidente parallelo all'asse). Riaprendo il foglio noterai una piega, il raggio riflesso r, che interseca l'asse della parabola nel suo fuoco (*).



- B. *Piegando opportunamente il foglio prova a determinare la direttrice della parabola.*
- C. *Ripercorri le “mosse” della costruzione origami ed individua i passi di una analoga costruzione realizzata con riga e compasso. Prova poi a realizzare con GeoGebra una costruzione geometrica per determinare vertice, fuoco e direttrice della parabola di equazione $y = \frac{1}{4}x^2$ analogamente a quanto realizzato con la piegatura della carta.*

(*) Questo metodo per individuare il fuoco è approssimato perché determina la perpendicolare alla parabola nel punto P come asse di un segmento (AB), e non come perpendicolare alla tangente alla parabola in P. Un procedimento non approssimato si ottiene conducendo la tangente in P alla parabola come retta MP passante per P stesso e per il punto medio M del segmento VQ, perpendicolare all'asse, compreso tra il vertice della parabola e la parallela condotta per P all'asse.

Prova a dimostrare che la retta MP è tangente alla parabola.

